XXXVII OPM - 1ª Eliminatória - 7.11.2018 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

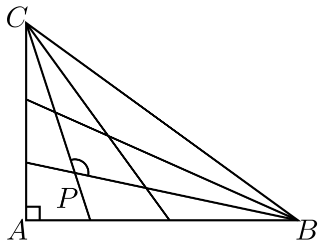
Sugestões para a resolução dos problemas

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

1. (a) Opção B. *(O pedaço de* 42 *cm pode ser cortado em dois pedaços de* 20 *cm e um pedaço de* 2 *cm)*
   (b) Opção D. $(16,\ 61,\ 1123,\ 1132,\ 1213,\ 1312,\ 1231,\ 1321,\ 2113,\ 3112,\ 2131,\ 3121,\ 2311,\ 3211)$
   (c) Opção C. *(A soma das idades dos três membros é* $9\times 12-6\times 10=48$*, logo a média é* $48/3=16$*)*
   (d) Opção A. $(10\times 5+4\times 4+3\times 6-1\times 2-4\times 3=50+16+18-2-12=70)$

2. Os quadrados perfeitos com 2 algarismos são 16, 25, 36, 49, 64 e 81. Para formar quadradões com mais algarismos temos de colocar estes números em cadeia.
   Com 3 algarismos obtemos os números 164, 364, 649 e 816.
   Com 4 algarismos obtemos os números 1649, 3649 e 8164.
   Com 5 algarismos obtemos apenas o número 81649 e com mais algarismos não há quadradões.
   Assim ao todo há 14 quadradões.

3. Seja P o vértice do ângulo assinalado. Então $P\widehat{C}B=\frac{2}{3}A\widehat{C}B$ e $P\widehat{B}C=\frac{2}{3}A\widehat{B}C$.
   Logo $P\widehat{C}B+P\widehat{B}C=\frac{2}{3}(A\widehat{C}B+A\widehat{B}C)=\frac{2}{3}\times 90^\circ=60^\circ$.
   Portanto, $C\widehat{P}B=180^\circ-60^\circ=120^\circ$.



4. Para o último número ser 5, o penúltimo tem de ser 15 ou 51.
   Se o penúltimo número for 15, o anterior pode ser 115, 151, 35 ou 53; se o penúltimo número for 51, o anterior só pode ser 511.
   Continuando a procurar os números que antecedem os números obtidos, obtemos as sequências no esquema ao lado.
   Portanto há 23 números de três algarismos com que o João pode começar:
   $115, 135, 151, 153, 157, 175,$
   $315, 335, 351, 353, 357, 375,$
   $511, 513, 517, 531, 571,$
   $715, 735, 751, 753, 757, 775.$

- 5
  - 15
    - 115
      - 135
        - 157
        - 175
      - 153
    - 151
    - 35
      - 57
        - 517
        - 571
      - 75
        - 715
          - 735
            - 757
            - 775
          - 753
        - 751
      - 315
        - 335
          - 357
          - 375
        - 353
      - 351
    - 53
      - 513
      - 531
  - $51-511$