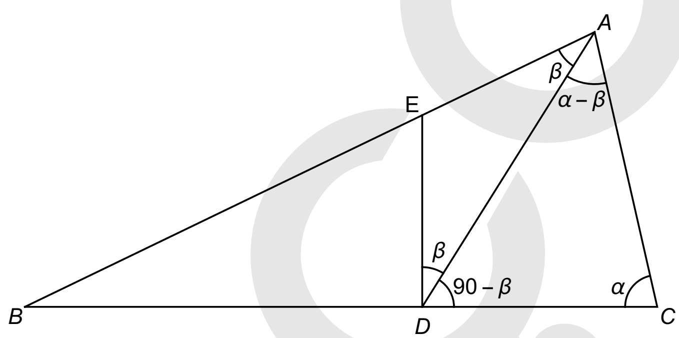
Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Opção D.
   (b) Opção C.
   (c) Opção D.
   (d) Opção A.

2. Note-se que o triângulo $[DEA]$ é isósceles pelo que os ângulos em D e A têm a mesma amplitude, seja ela β. Por outro lado, como o triângulo $[ABC]$ também é isósceles, os seus ângulos em A e C têm a mesma amplitude que designaremos por α. Como o ângulo CDE é reto, temos que a amplitude do ângulo CDA é $90-\beta$. Por outro lado a amplitude do ângulo ADC é $\alpha-\beta$. Temos então a situação ilustrada na figura abaixo.



Fazendo a soma dos ângulos internos de $[ADC]$ obtemos $2\alpha-2\beta+90=180$ o que nos dá $\alpha-\beta=45$. Mas a amplitude do ângulo ADC é precisamente $\alpha-\beta$ pelo que o ângulo procurado mede 45º.

3. Comecemos por descobrir todas as maneiras de dividir 198 pessoas em grupos com 4 pessoas, ou com 7 pessoas. Temos que $198 = 46 \times 4 + 2 \times 7$, o que significa que podemos dividir 198 pessoas em 46 grupos com 4 pessoas e 2 grupos com 7 pessoas. Como $mmc(4,7) = 28$ qualquer outra maneira de dividir as 198 pessoas em grupos de 4 ou de 7 pessoas, consiste em acrescentar 4 grupos de 7 pessoas e retirar 7 grupos de 4 pessoas, e assim sucessivamente. Na tabela seguinte mostramos todas as hipóteses, com o respetivo máximo divisor comum.

grupos de 4	grupos de 7	mdc
46	2	2
39	6	3
32	10	2
25	14	1
18	18	18
11	22	11
4	26	2

Portanto a única hipótese em que o máximo divisor comum é igual a 1 é com 25 grupos de 4 pessoas e 14 grupos de 7 pessoas. Ou seja, nessa manhã a torre foi visitada por 14 grupos de visitas escolares.

4. A resposta é sete jogadores. Uma solução possível é a seguinte

SOLUÇÕES

$\times$	A	B	C	D	E	F	G	Pontos
A		P	V	V	V	V	V	5
B	V		P	P	V	V	V	4
C	P	V		P	V	V	P	3
D	P	V	V		P	P	V	3
E	P	P	P	V		V	P	2
F	P	P	P	V	P		V	2
G	P	P	V	P	V	P		2

Temos o primeiro com 5 pontos, o segundo com 4, o terceiro e quartos com 3 e todos os outros com 2.

Mostremos que com menos jogadores não é possível. Primeiro algumas observações gerais. Note-se que o vencedor perdeu pelo menos um jogo com cada um dos segundos classificados. Isto implica que se o vencedor perder um jogo, há apenas um segundo classificado que perdeu pelo menos 2, se o vencedor perdeu mais do que um, todos os outros perderam mais do que dois. Isto significa que independentemente dos resultados um jogador perdeu pelo menos 1, outro pelo menos 2 e todos os outros pelo menos 3.

Analisemos então as possibilidades para todo o número de jogadores menor ou igual que 6, notando que com k jogadores haverá $k(k-1)/2$ jogos e, portanto, $k(k-1)/2$ pontos totais a distribuir.

- $[\mathbf{k = 2{,}3}]$ O segundo teria de perder dois jogos em no máximo dois jogos realizados, o que é impossível pois todos ganham pelo menos um.
- $[\mathbf{k = 4}]$ O terceiro teria de perder três jogos em três, o que contraria as hipóteses.
- $[\mathbf{k = 5}]$ O máximo de pontos seria $(3, 2, 1, 1, 1)$ o que dá apenas 8 jogos totais e não 10.
- $[\mathbf{k = 6}]$ Para atingir os 15 pontos teríamos de distribuir segundo o máximo previsto $(4, 3, 2, 2, 2, 2)$, mas para isso acontecer, todos os que terminam com 2 vitórias teriam de ganhar ao segundo classificado, que tem apenas duas derrotas, pelo que é impossível.