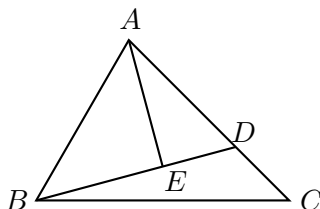


Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. Na escola do João e da Ana há quatro desportos à escolha. Cada aluno tem de se inscrever pelo menos num desporto. O João só quer praticar desportos em que a Ana também esteja. No entanto, a Ana quer inscrever-se em pelo menos um desporto sem o João. De quantas formas podem eles escolher os seus desportos de modo que isto aconteça?
2. Quantos números naturais menores do que 200 são tais que o produto dos seus divisores é igual ao seu quadrado?
3. No triângulo $[ABC]$, tem-se $\overline{AD} = 2, \overline{DC} = 1, \widehat{ACB} = 45^\circ$ e $\widehat{ADB} = 60^\circ$. Prova que o pé E da altura de A sobre BC é o circuncentro de $[ABC]$.



4. Na turma do Francisco, os 30 alunos organizaram uma festa de troca de presentes. Para isso, colocaram papéis num saco com os números de 1 a 30 e cada aluno tirou um papel. O aluno que retirou o número 1 ficou com um dos presentes.

De seguida, colocaram-se no saco os números de 1 a 29 e cada aluno que ainda não tinha recebido presentes retirou um número. O aluno que retirou o número 1 ficou com outro dos presentes.

O processo foi realizado 30 vezes, de cada vez com os alunos ainda sem presentes, até todos os alunos terem recebido um presente. No final, repararam que nenhum aluno recebeu o mesmo número mais do que uma vez.

No primeiro sorteio, o Francisco tinha recebido o número 21. Indica todas as possibilidades para o número que o Francisco pode ter recebido na oitavo sorteio.