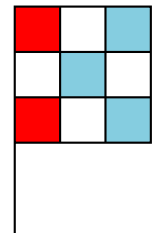




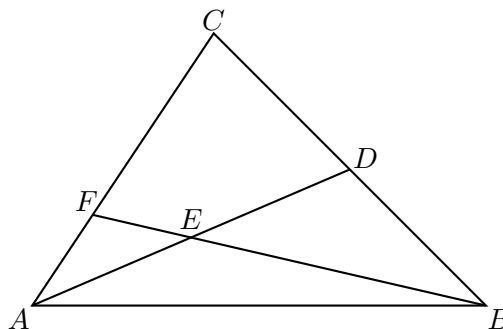
Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.

1. Na cidade de Numerópolis, o *Festival dos Restos* realiza-se nos anos cuja representação em quatro algarismos $abcd$ não termina com dois zeros e onde o resto da divisão de $abcd$ por cd é ab . Por exemplo, o Festival dos Restos realiza-se em 2022, porque o resto da divisão de 2022 por 22 é 20. Quantos são os anos deste século em que se realiza o Festival dos Restos na cidade de Numerópolis?

2. Na Tricolorolândia, todas as cidades têm bandeiras diferentes. Cada cidade tem uma bandeira quadrada, dividida em nove quadradinhos iguais num quadriculado três por três. Estes quadradinhos podem ser brancos, azuis ou vermelhos, mas dois quadradinhos com um lado em comum têm sempre cores diferentes. O Imperador da Tricolorolândia queria fundar uma nova cidade, mas ao tentar atribuir-lhe uma bandeira, descobriu que todas as possibilidades estavam já atribuídas a alguma cidade, pelo que teve de desistir da ideia. Quantas cidades tem a Tricolorolândia?



3. Seja D o ponto médio do lado $[BC]$ do triângulo $[ABC]$. Consideremos ainda o ponto médio E da mediana $[AD]$, e o ponto de interseção F da reta BE com o lado $[AC]$. Sabendo que $[ABC]$ tem área 12, qual é a área do quadrilátero $[DCFE]$?



4. Um número natural n diz-se *arrumado* se n objetos podem ser arrumados em caixas de modo que todas as caixas têm um número diferente de objetos e qualquer número de objetos de 1 a n se pode obter agrupando todos os objetos de uma ou mais dessas caixas.

Por exemplo, 13 é arrumado porque $13 = 1 + 2 + 3 + 7$ e qualquer número de 1 a 13 se obtém somando uma ou mais das quatro parcelas 1, 2, 3 e 7.

Determina todos os números naturais que não são arrumados.