

Sugestões para a resolução dos problemas

Questão 1:
cada opção correta: 4 pontos
cada opção errada: -1 ponto
Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

- Opção D.
 - Opção B.
 - Opção B.
 - Opção D.
- Num número sético de três algarismos, a soma dos algarismos pode ser 7, 14 ou 21, pois $28 > 27 = 3 \times 9$. Tendo em atenção que os algarismos são todos pares, a soma dos algarismos no nosso caso só pode ser 14. Apresentamos na seguinte tabela as diferentes escolhas de algarismos que somam 14 e fazemos a contagem dos respetivos números séticos.

| algarismos | números séticos | contagem |
|------------|------------------------------|----------|
| 0, 6, 8 | 608, 680, 806, 860 | 4 |
| 2, 4, 8 | 248, 284, 428, 482, 824, 842 | 6 |
| 2, 6, 6 | 266, 626, 662 | 3 |
| 4, 4, 6 | 446, 464, 644 | 3 |

Há portanto $4 + 6 + 3 + 3 = 16$ números séticos de três algarismos, com os algarismos todos pares.

- Solução 1:** Como o número total de deputados é de $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 = 280$, uma proposta é aprovada se mais do que $280/2 = 140$ deputados votarem a favor dessa proposta.

Se os partidos D , G e F votarem contra uma proposta, ela não pode ser aprovada porque sobram apenas $280 - 110 - 60 = 110$ deputados.

Se os partidos D e G votarem a favor de uma proposta, então F vota contra. Se E votar a favor, a proposta é aprovada independentemente dos votos dos partidos A , B e C , porque $110 + 50 = 160 > 140$. Como B e C votam sempre de modo oposto, existem quatro possibilidades: $DGEB$, $DGEBA$, $DGEC$ e $DGECA$.

Se uma proposta tiver os votos favoráveis de D , G , mas não de E , então para ela ser aprovada são precisos os votos de C e de A , e não existe mais nenhuma possibilidade.

Se o partido F votar a favor, então D e G votam contra. O partido E também tem que votar a favor para a proposta ser aprovada, porque como já vimos D , G e E somam mais de metade dos votos. Como F e E juntos têm $60 + 50 = 110$ deputados, para a proposta ser aprovada são precisos os votos de C e de A .

Existem assim seis possibilidades para aprovar uma proposta: $DGEB$, $DGEBA$, $DGEC$, $DGECA$, $DGCA$ e $FECA$.

Solução 2: Se os partidos D , G e F votarem contra uma proposta, ela não pode ser aprovada porque sobram apenas $280 - 110 - 60 = 110$ deputados. Portanto D e G votam sempre do mesmo modo e F vota sempre em sentido contrário. Assim, podemos considerar que D tem $40 + 70 - 60 = 50$ deputados e que não existem os partidos G e F . Como B e C votam também sempre em sentido contrário, podemos considerar que C tem $20 - 10 = 10$ deputados e que não existe o partido B . Portanto, temos os partidos A e C com 10 deputados cada e D e E com 50 deputados cada.

Para uma proposta ser aprovada necessita de ter mais de 60 votos, o que acontece quando votam a favor DE , DEA , DEC , $DEAC$, DAC ou EAC . Existem assim seis possibilidades.

4. Como $[ABC]$ é isósceles de base $[BC]$ e a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , sabe-se que $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = 80^\circ$. Por outro lado, o triângulo $[DBC]$ é isósceles de base $[DC]$, pelo que se verifica $\widehat{DBC} = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$. Portanto, tem-se $\widehat{EBD} = \widehat{ABC} - \widehat{DBC} = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$. Como os segmentos $[ED]$ e $[BD]$ têm o mesmo comprimento, deduz-se que $\widehat{BED} = 60^\circ$. Daqui resulta que $\widehat{EDB} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$, concluindo-se que $[BDE]$ é um triângulo equilátero, onde cada lado mede 5 metros. Logo, quando chega a E , o Duarte está a 5 metros do ponto de partida.

