

*Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos.
Não é permitido o uso de calculadoras.*

4. Determina todos os números naturais x, y e z , com $x \leq y \leq z$, tais que

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \left(1 + \frac{1}{z}\right) = 3.$$

5. Num quadrilátero convexo $[ABCD]$, com área 2014, sejam P um ponto de $[AB]$ e Q um ponto de $[AD]$ tais que cada um dos triângulos $[ABQ]$ e $[ADP]$ tem área 1. Seja ainda R o ponto de interseção de $[AC]$ com $[PQ]$. Determina $\frac{\overline{RC}}{\overline{RA}}$.
6. Cem músicos pretendem organizar um festival constituído por vários concertos. Em cada concerto, enquanto alguns dos cem músicos tocam no palco, os restantes ficam na plateia a ouvir. Qual é o número mínimo de concertos que o festival terá de ter para que cada um dos músicos possa ouvir, da plateia, cada um dos restantes a atuar no palco?