



OLIMPIADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 3 horas

Cada questão vale 10 pontos.

[Soluções](#)

-
4. Dado um número, calculamos o seu quadrado e adicionamos 1 à soma dos algarismos deste quadrado, obtendo um novo número. Se começarmos com o número 7 obteremos, no primeiro passo, o número $1+(4+9)=14$, uma vez que $7^2 = 49$. Que número obteremos no 1999^o passo?

[Solução](#)

5. Cada um dos números a_1, \dots, a_n é igual a 1 ou -1. Se $a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_{n-1}a_n + a_na_1 = 0$ prova que n é divisível por 4.

[Solução](#)

6. No triângulo $[ABC]$, D é o ponto médio de $[AB]$ e E é o ponto da triseção de $[BC]$ mais próximo de C . Se os ângulos \widehat{ADC} e \widehat{BAE} são iguais, quanto mede o ângulo \widehat{BAC} ?

[Solução](#)