25/4/98

OLIMPÍADAS NACIONAIS DE MATEMÁTICA

Justifica convenientemente as tuas respostas e indica os principais cálculos. Não é permitido o uso de calculadoras.

Duração: 3 horas

Cada questão vale 10 pontos

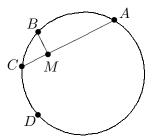
Soluções

4. Qual é o maior inteiro menor ou igual a

$$\frac{3^{31} + 2^{31}}{3^{29} + 2^{29}}$$
?

Solução

5. Na figura seguinte os arcos $\stackrel{\frown}{AB}$ e $\stackrel{\frown}{BD}$ têm o mesmo comprimento e M é o pé da perpendicular traçada a partir de B sobre o segmento de recta [AC].



Prova que $\overline{AM} = \overline{CD} + \overline{CM}$.

Solução

6. Seja a_0 um número real positivo e considera a sucessão de termo geral a_n definida por

$$a_n = a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Mostra que $a_{1998} > 63$.

Solução