XL OPM - Final - 1º Dia - 08.04.2022 - Categoria Júnior - 6º/7º anos

Duração: 3 horas
Questão 1: 16 pontos
Questões 2 e 3: 7 pontos cada

Sugestões para a resolução dos problemas

1. (a) Se o Zacarias riscar o número 65, então, para que a soma dos números riscados seja 100, ele deverá riscar, além do 65, um conjunto de números cuja soma seja 35. Ora, ele tem duas possibilidades para isso: ou risca o 35 ou o 7 e o 28. Se, pelo contrário, o Zacarias não riscar o número 65, então, como a soma dos restantes números é $7 + 28 + 35 + 37 = 107$, ele terá necessariamente que riscar os números 28, 35 e 37. Logo, o Zacarias terá que riscar os números de um dos seguintes conjuntos: $\{35, 65\}$, $\{7, 28, 65\}$, ou $\{28, 35, 37\}$.

   Opção correta: D).

   (b) Como a área do quadrado mede 16 m^2, o seu lado mede 4 m. Logo, a área a branco é a área de dois triângulos cujas alturas somam $4 - 1 = 3$ m, ou seja, mede $\frac{4\times3}{2} = 6$ m^2. Podemos então concluir que a área da região sombreada é de $16 - 6 = 10$ m^2.

   Opção correta: C).

   (c) Repare-se que o algarismo 3 ocorre 22 vezes entre os números 1 e 122. Como o número 123 usa o algarismo 3, o livro do Vítor tem, no máximo, 122 páginas.

   Opção correta: E).

   (d) Começamos por observar que para os últimos três algarismos da soma indicada apenas contribuem os últimos três algarismos de cada uma das parcelas. Logo, o número procurado é o número formado pelos últimos três algarismos de $4 + 44 + 444 \times 2020 = 896928$, ou seja, o 928.

   Opção correta: D).

2. Sejam $m = ab$ o número da porta da casa da Mafalda e $l = ac$ o número da porta da casa do Luís.

   Sabendo que $m + l$ é múltiplo de 10, pode afirmar-se que $b + c = 0$ ou $b + c = 10$. Como $a > 0$ e $a + b = c$, conclui-se que $c > b$ e temos os casos:

   - $b = 1$, $c = 9$ e $a = 8$;
   - $b = 2$, $c = 8$ e $a = 6$;
   - $b = 3$, $c = 7$ e $a = 4$;
   - $b = 4$, $c = 6$ e $a = 2$.

   Por fim, tendo em conta que $m \times l$ é múltiplo de 9, conclui-se que $b = 1$, $c = 9$ e $a = 8$, ou seja, $m = 81$ e $l = 89$.

3. Comecemos por notar que o algarismo 9 é maior que os restantes, logo será o cume da montanha. Cada um dos restantes 8 algarismos pode estar à esquerda ou à direita do 9, logo há 2^8 possibilidades. Para cada uma delas, os algarismos ficam automaticamente ordenados, logo não há mais escolhas a fazer. Temos apenas que retirar os casos 123456789 e 987654321, que não são montanhas. Logo há $2^8 - 2 = 254$ montanhas.