

Sugestões para a resolução dos problemas

Questão 1:

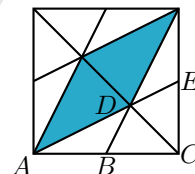
cada opção correta: 4 pontos

cada opção errada: -1 ponto

Questões 2, 3, 4: 8 pontos cada

1. (a) Opção E. ($30 + 15 + 1 = 46$.)
- (b) Opção D. (*Os ângulos na interseção têm amplitudes x° , y° , 90° e 90° , cuja soma é 360° .*)
- (c) Opção B. ($5^8 \times 8^5 = 5^8 \times 2^{15} = 10^8 \times 2^7 = 128 \times 10^8$.)
- (d) Opção B. (*Área de $[ADFE] = 120 \text{ cm}^2$; Área de $[ABCD] = 200 \text{ cm}^2$; $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$.*)

2. Considerando a seguinte divisão da figura, como $[BDC]$ é congruente a $[EDC]$ e tem a mesma base e a mesma altura que $[ABD]$ então estes triângulos têm todos a mesma área. Como a área de $[ACE]$ é $6 \times 3/2 = 9 \text{ cm}^2$, então cada triângulo branco tem área 3 cm^2 . Portanto a área do paralelogramo é $6^2 - 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$.



3. O livro tem 6 páginas antes da página 7, logo tem também 6 páginas depois da página 50. Assim, o livro tem 56 páginas, ou seja, foi feito com $56/4 = 14$ folhas A4.
4. Como a soma de todos os números das casas é $1 + 2 + \dots + 7 + 8 + 10 = 46$, sabemos que a soma dos números das casas azuis e dos números das casas brancas tem que ser $\frac{46}{2} = 23$. Como 23 é ímpar, temos que pintar um número ímpar de casas do lado esquerdo de cada cor. Logo, no lado esquerdo da rua, há uma casa de uma cor e três de outra cor. Vamos supor que uma casa é azul e três são brancas, sendo o outro caso simétrico. Como não há três casas seguidas da mesma cor, temos apenas dois casos a considerar:

Caso 1: A casa com o número 5 é azul e as restantes são brancas;

Caso 2: A casa com o número 3 é azul e as restantes são brancas.

No primeiro caso, a soma dos números das casas do lado direito a pintar de azul deve ser $23 - 5 = 18$ e a pintar de branco deve ser $23 - (1 + 3 + 7) = 12$. Como não há três casas seguidas da mesma cor e $8 + 6 + 2 < 18$, a casa número 10 tem que ser pintada de azul. Analogamente, como não há três casas seguidas da mesma cor e $6 + 4 < 12$, a casa número 8 tem que ser pintada de branco. É então fácil concluir que as casas números 2 e 6 serão azuis e que a casa número 4 será branca. Logo, no primeiro caso existe apenas uma maneira de pintar as casas.

No segundo caso, a soma dos números das casas do lado direito a pintar de azul deve ser $23 - 3 = 20$ e a pintar de branco deve ser $23 - (1 + 3 + 7) = 10$. Seguindo um raciocínio análogo ao do caso precedente, podemos concluir que a casa número 10 tem que ser pintada de azul. Ficam a faltar pintar as casas com os números 2, 4, 6, e 8, sendo que a soma dos números das casas pintadas de cada uma das cores deve ser 10. Claramente existem duas formas de fazer isso: ou se pintam as casas com os números 2 e 8 de azul e as restantes de branco, ou se pintam as casas com os números 2 e 8 de branco e as restantes de azul. Como ambas as escolhas respeitam a restrição de não haver três casas seguidas pintadas com a mesma cor, podemos concluir que há duas maneiras possíveis de pintar as casas no segundo caso.

Logo, o rei pode mandar pintar as casas de $2 \times (1 + 2) = 6$ formas distintas.